

Государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение
«Кунгурский сельскохозяйственный колледж»

Комплект контрольно-оценочных средств

по учебной дисциплине

ЕН.01 Математика

специальности СПО

35.02.08. Электрификация и автоматизация сельского хозяйства

базовой подготовки

2022 г.

Рассмотрено на заседании методической
комиссии естественно-научных дисциплин
от «30 » августа 2022 г.
Протокол №1
Председатель м/к  Тюрикова Т.Л.

Утверждаю
заместитель директора по УМР
 Л.И.Петрова
«30»августа 2022г.

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности СПО 35.02.08 Электрификация и автоматизация сельского хозяйства базовой подготовки программы учебной дисциплины ЕН 01. Математика.

Составитель:

ГБПОУ «Кунгурский

сельскохозяйственный
колледж»

преподаватель

Тюрикова Т.Л.

математических
дисциплин

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств	4
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке	6
3. Оценка освоения учебной дисциплины	7
Формы и методы оценивания	7
Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины... ..	7
4. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации по учебной дисциплине	30

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

В результате освоения учебной дисциплины ЕН 01.Математика обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС специальности СПО 35.02.08 Электрификация и автоматизация сельского хозяйства базовой подготовки следующими умениями, знаниями, которые формируют профессиональную компетенцию, и общими компетенциями:

У1. Решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

31. Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ; 32. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

33. Основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятности и математической статистики;

34. Основы интегрального и дифференциального исчисления.

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчинённых), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Выполнять монтаж электрооборудования и автоматических систем управления.

ПК 1.2. Выполнять монтаж и эксплуатацию осветительных и электронагревательных установок.

ПК 1.3. Поддерживать режимы работы и заданные параметры электрифицированных и автоматических систем управления технологическими процессами.

ПК 2.1. Выполнять мероприятия по бесперебойному электроснабжению сельскохозяйственных предприятий.

ПК 2.2. Выполнять монтаж воздушных линий электропередач и трансформаторных подстанций.

ПК 2.3. Обеспечивать электробезопасность.

ПК 3.1. Осуществлять техническое обслуживание электрооборудования и автоматизированных систем сельскохозяйственной техники.

ПК 3.2. Диагностировать неисправности и осуществлять текущий и капитальный ремонт электрооборудования и автоматизированных систем сельскохозяйственной техники.

ПК 3.3. Осуществлять надзор и контроль за состоянием и эксплуатацией электрооборудования и автоматизированных систем сельскохозяйственной техники.

ПК 4.1. Участвовать в планировании основных показателей в области обеспечения работоспособности электрического хозяйства электрического хозяйства сельскохозяйственных потребителей и автоматизированных систем сельскохозяйственной техники.

ПК 4.2. Планировать выполнение работ исполнителями. ПК 4.3. Организовывать работу трудового коллектива.

ПК 4.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.

Формой аттестации по учебной дисциплине является экзамен.

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции	Показатели оценки результата	Форма контроля и оценивания
У1.Решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности	Решает прикладные задачи в области профессиональной деятельности	1.Промежуточная аттестация, экзаменационная работа 2.Текущий контроль в рамках практической работы №1-10
З1.Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ	Сформировано понимание о значении математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ	1.Промежуточная аттестация, экзаменационная работа 2.Текущий контроль в рамках практической работы №1-10
З2.Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности	Знает основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности	1.Промежуточная аттестация, экзаменационная работа 2.Текущий контроль в рамках практической работы №1-10
З3. Основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятности и математической	Знает основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятности и математической	1.Промежуточная аттестация, экзаменационная работа 2.Текущий контроль в рамках практической работы №1-5

статистики	статистики	
34.Основы интегрального и дифференциального исчисления	Знает основы интегрального и дифференциального исчисления	1.Промежуточная аттестация, экзаменационная работа 2.Текущий контроль в рамках практической работы №6-10

3. Оценка освоения учебной дисциплины

Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине ЕН 01. *Математика*, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций.

Система контроля и оценки освоения учебной дисциплины ЕН 01. *Математика* соответствует «Положению об итоговой и промежуточной аттестации в КГАПОУ

«Кунгурский сельскохозяйственный колледж» и рабочим учебным планам.

Текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация по дисциплине проводится с целью определения степени соответствия уровня освоения образовательных результатов требованиям ППССЗ, предъявляемых к специалисту техник-электрик.

Текущий контроль успеваемости обучающихся – это систематическая проверка усвоения образовательных результатов, проводимая преподавателем на текущих занятиях согласно расписанию учебных занятий в соответствии с ППССЗ по специальности.

Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины

Практическая работа №1

Тема: Расчёт количества выборов.

Цель: отработка навыков решения комбинаторных задач

Время выполнения: 90 минут.

Ход работы:

Перестановки: Перестановкой из n элементов называется каждое расположение этих элементов в определённом порядке. $P_n = n!$

Сочетания: Сочетанием из n элементов по k элементам называется любое множество, состоящее из k элементов, выбранных из данных n элементов.

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Размещения: Размещение из n элементов по k ($k \leq n$) называется любое множество, состоящее из любых k элементов, взятых в определённом порядке из данных n элементов.

$$A_n^k =$$

Обязательное задание.

Задание №1. Распределите задачи по способам решения.

1. Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить из цифр 2,3,4,5?
2. В группе 10 юношей-призывников. Сколькими способами они могут избрать четырёх для участия в соревнованиях?
3. Студенты изучают 10 различных дисциплин. Сколькими способами можно составить

расписание на день, если в этот день должно быть 3 разные пары?

4. Сколькими способами могут разместиться 7 человек в очереди?
5. В группе 30 человек. Сколькими способами можно выбрать старосту и заместителя старосты?
6. В турнире принимало участие 10 шахматистов, и каждые два шахматиста встретились 1 раз. Сколько партий было сыграно в турнире?

7. Группа студентов должна сдавать экзамены по четырём предметам. Сколькими способами можно составить расписание экзаменов?

Результаты занесите в таблицу (перенести в тетрадь):

1	2	3	4	5	6	7

Задание №2. Решите задачи:

1. Агрохимик проверяет 6 типов минеральных удобрений; ему нужно провести опыты по изучению совместного влияния любой тройки удобрений. Для каждого опыта требуется участок 0,25 га. На какой площади проводится исследование?
2. Сколько существует неудачных попыток открыть камеру хранения, если для кодирования используется 30 букв русского алфавита, а код состоит из трёх различных букв?
3. Сколькими способами можно распределить 12 классных комнат под 12 учебных кабинетов?
4. Директор предприятия рассматривает заявления о приёме на работу пяти выпускников колледжа. На предприятии имеются три вакансии. Сколькими способами директор может заполнить эти вакансии? Сколько существует способов приёма на работу молодых специалистов, если эти вакансии на различные должности?

Индивидуальное задание.

1 вариант

1. Вычислите: а) $5!+2!$ б) $\frac{5!}{3!}$ в) $\frac{2! \cdot 6!}{3! \cdot 5!}$
2. Сколькими способами можно составить флаг, состоящий из трёх горизонтальных полос различных цветов, если имеется материал семи различных цветов?
3. Сколькими способами можно организовать очередь из 6 человек?
4. В группе 30 студентов. Сколькими способами можно выделить двух человек для дежурства, если:
 - а) один из них должен быть старшим;
 - б) старших быть не должно.

2 вариант

1. Вычислите: а) $6!-4!$ б) $\frac{14!}{12!}$ в) $\frac{12!}{6! \cdot 9!}$
2. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?
3. Группа студентов изучает 8 различных учебных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание на день, если должно быть 3 различные пары?
4. На 5 сотрудников выделено 3 путёвки. Сколькими способами можно их распределить, если:
 - а) все путёвки различны;
 - б) все путёвки одинаковы?

3 вариант

1. Вычислите: а) $7!-5!$ б) $\frac{8!}{5!}$ в) $\frac{5! \cdot 10!}{3! \cdot 9!}$
2. Сколькими способами можно устроить на работу 8 выпускников колледжа на пять различных предприятий?
3. Сколькими различными маршрутами можно развести корреспонденцию по 5 адресам?
4. Из 25 студентов группы отбирают троих для участия в спортивных соревнованиях. Сколько имеется вариантов составить команду, если соревнования проходят по одному виду спорта? Сколько имеется вариантов составить команду, если соревнования проходят по различным видам спорта?

4 вариант

1. Вычислите: а) $6!+2!$ б) $\frac{7!}{9!}$ в) $\frac{5! \cdot 7!}{4! \cdot 9!}$
2. Из 25 студентов для беседы с завучем пригласили пятерых. Сколькими способами это можно сделать?

3. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы цифры в числе не повторялись?
4. Сколько различных трёхзначных номеров для автомобилей одной серии можно составить из нечётных цифр? Сколько таких номеров будет, если цифры в номере не повторяются?

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются сочетания от размещений?
2. Чем характеризуются перестановки?

Для отчёта представить:

1. Решение индивидуального задания.
2. Письменные ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки:

- «5» - выполнено 90-100% всех заданий;
- «4» - выполнено 70-90% всех заданий;
- «3» - выполнено 50-70% всех заданий;
- «2» - выполнено менее 50% всех заданий.

Практическая работа №2

Тема: Вычисление вероятности событий.

Цель: решение задач на нахождение вероятности случайных событий с помощью классической формулы

Время выполнения: 90 минут.

Ход работы:

Обязательное задание.

Решите задачи:

1. В коробке лежит 24 одинаковые авторучки. Из них 13 красных, 5-зелёных, остальные – синие. Продавец наудачу достаёт одну авторучку. Найдите вероятности следующих событий: а) извлечённая ручка – красная; б) извлечённая ручка – не зелёная; и) извлечённая ручка либо синяя, либо зелёная; г) извлечённая ручка либо красная, либо синяя.
2. Для экзамена изготовили билеты с номерами от 1 до 25. Какова вероятность того, что наугад выбранный студентом билет имеет: а) однозначный номер; б) двузначный номер?
3. В урне находятся 12 белых и 8 чёрных шаров. Найти вероятность того, что среди наугад вынутых 5 шаров 3 будут чёрными.
4. Дано шесть карточек с буквами Н, М, И, Я, Л, О. Найти вероятность того, что: а) получится слово ЛОМ, если наугад одна за другой выбираются три карточки; б) получится слово МОЛНИЯ, если наугад одна за другой выбираются шесть карточек и располагаются в ряд в порядке появления.
5. Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 чёрных шаров, вынимают наудачу 2 шара. Какова вероятность того, что они оба окажутся: а) чёрными; б) белыми?

Индивидуальное задание.

1 вариант

- 1) В урне 15 белых и 25 чёрных шаров. Из урны наугад вынимается 1 шар. Какова вероятность того, что он белый?

- 2) Из слова «математика» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет буква «м»?
- 3) Из 500 мониторов, поступивших в продажу, в среднем 15 не работают. Какова вероятность того, что случайно купленный монитор работает?
- 4) В лотерее 100 билетов, из них 5 выигрышных. Какова вероятность проигрыша?
- 5) В году 365 дней. Наугад выбирается один из листков отрывного календаря. Найти вероятность того, что число на листке равно 29?
- 6) В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.
- 7) Бросают два одинаковых игральных кубика. Какова вероятность того, что сумма выпавших чисел будет равна 3?
- 8) В колоде 36 карты. Что вероятнее: найти среди четырёх выбранных карт ровно 2 туза или все четыре карты будут чёрные?

2 вариант

- 1) В урне 15 белых и 25 чёрных шаров. Из урны наугад вынимается 1 шар. Какова вероятность того, что он чёрный?
- 2) Из слова «математика» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет буква гласная?
- 3) Хорошо перетасуем колоду из 36 карт, случайно вынем 1 карту. Какова вероятность того, что вытянут туз?
- 4) В лотерее 10 выигрышных билетов и 240 билетов без выигрыша. Какова вероятность выиграть в эту лотерею, купив один билет?
- 5) На шести одинаковых карточках записаны буквы П, Е, Ъ, А, Р, Л. Карточки перемешали и наугад раскладывают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «апрель»?
- 6) На семинар приехали трое ученых из Норвегии, четверо из России и трое из Испании. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.
- 7) Бросают два одинаковых игральных кубика. Какова вероятность того, что сумма выпавших чисел будет равна 11?
- 8) В колоде 36 карты. Что вероятнее: найти среди трёх выбранных карт одну даму или ровно две карты будут красные?

Контрольные вопросы

3. Когда можно посчитать вероятность по классической формуле.
4. Приведите пример достоверного, невозможного, случайного события.

Для отчёта представить:

1. Решение индивидуального задания.
2. Письменные ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки:

- «5» - выполнено 90-100% всех заданий;
- «4» - выполнено 70-90% всех заданий;
- «3» - выполнено 50-70% всех заданий;
- «2» - выполнено менее 50% всех заданий.

Практическая работа №3.

Тема: Решение задач на вычисление дисперсии и математического ожидания

Цель: развитие практических навыков вычисления основных характеристик ДСВ.

Ход работы:

1. Внимательно изучите методические рекомендации к выполнению работы.
2. Выполните индивидуальное задание.
3. Письменно ответьте на контрольные вопросы.

Теоретическая справка

Определение. Закон распределения дискретной случайной величины – это связь между возможными значениями случайной величины и их вероятностями.

Для ДСВ закон распределения записывают в виде таблицы.

Определение. Математическим ожиданием $M(X)$ (средним значением) ДСВ X , заданной законом распределения, называется число, равное сумме произведений её значений на соответствующие им вероятности: $M(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$.

Определение. Дисперсией $D(X)$ случайной величины X называется математическое ожидание квадрата отклонения её возможных значений от её среднего значения.

Дисперсия находится по формуле: $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$

Методические рекомендации

Решение типового примера

Пример. Случайная величина X задана законом распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и средне квадратическое отклонение:

X	3	5	7	11
p	0,14	0,20	0,49	0,17

Математическое ожидание $M(X)$ вычисляем по формуле: $M(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$.

Получаем: $M(X) = 3 \cdot 0,14 + 5 \cdot 0,2 + 7 \cdot 0,49 + 11 \cdot 0,17 = 6,72$.

Для нахождения дисперсии воспользуемся формулами: $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$

и $M(X^2) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 + \dots + x_n^2 \cdot p_n$.

Получаем: $M(X^2) = 3^2 \cdot 0,14 + 5^2 \cdot 0,2 + 7^2 \cdot 0,49 + 11^2 \cdot 0,17 = 50,84$.

$$D(X) = 50,84 - 6,72^2 = 5,6816.$$

Среднеквадратическое отклонение $\sigma(X)$ находим по формуле: $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$.

Получаем: $\sigma(X) = \sqrt{5,6816} \approx 2,3836$.

Ответ: $M(X)=6,72$ $D(X)=5,6816$ $\sigma(X) \approx 2,3836$.

Индивидуальное задание. (вариант соответствует номеру студента в журнале группы)

Случайная величина задана законом распределения:

X	x_1	x_2	x_3	x_4
p	p_1	p_2	p_3	p_4

Вычислить для X математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднеквадратическое отклонение $\sigma(X)$.

№ варианта	x_1	x_2	x_3	x_4	p_1	p_2	p_3	p_4
1	4	6	6	12	0,143	0,2	0,49	0,167
2	5	7	7	13	0,143	0,2	0,49	0,167
3	6	8	8	14	0,143	0,2	0,49	0,167
4	7	9	9	15	0,143	0,2	0,49	0,167
5	8	11	11	20	0,125	0,167	0,508	0,2
6	9	13	13	25	0,111	0,143	0,496	0,25
7	10	15	15	30	0,1	0,125	0,442	0,333
8	11	13	13	19	0,143	0,2	0,49	0,167

9	12	15	15	24	0,125	0,167	0,508	0,2
10	13	17	17	29	0,111	0,143	0,496	0,25
11	14	19	19	34	0,1	0,125	0,442	0,333
12	15	17	17	23	0,143	0,2	0,49	0,167
13	16	19	19	28	0,125	0,167	0,508	0,2
14	17	21	21	33	0,111	0,143	0,496	0,25
15	18	23	23	38	0,1	0,125	0,442	0,333
16	19	21	21	27	0,143	0,2	0,49	0,167
17	20	23	23	32	0,125	0,167	0,508	0,2
18	21	25	25	37	0,111	0,143	0,496	0,25
19	22	27	27	42	0,1	0,125	0,442	0,333
20	23	25	25	31	0,143	0,2	0,49	0,167
21	24	27	27	46	0,125	0,167	0,508	0,2
22	25	29	29	41	0,111	0,143	0,496	0,25
23	26	31	31	46	0,1	0,125	0,442	0,333
24	27	29	29	35	0,143	0,2	0,49	0,167
25	28	31	31	40	0,125	0,167	0,508	0,2
26	29	33	33	45	0,111	0,143	0,496	0,25
27	30	35	35	50	0,1	0,125	0,442	0,333
28	31	33	33	39	0,143	0,2	0,49	0,167
29	32	35	35	44	0,125	0,167	0,508	0,2
30	33	37	37	49	0,111	0,143	0,496	0,25
31	34	39	39	54	0,1	0,125	0,442	0,333
32	35	37	37	43	0,143	0,2	0,49	0,167

Контрольные вопросы

- Какой смысл имеет математическое ожидание?
- В чём разница между дисперсией и средним квадратическим отклонением?

Для отчёта представить:

- Решение индивидуального задания.
- Письменные ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки:

- «5» - выполнено 90-100% всех заданий;
- «4» - выполнено 70-90% всех заданий;
- «3» - выполнено 50-70% всех заданий;
- «2» - выполнено менее 50% всех заданий.

Тема: Построение полигона и гистограммы для заданной выборки.

Цель: отработка практических навыков построения графического изображения результатов статистического исследования.

Время выполнения: 90 минут.

Ход работы:

Обязательное задание.

Задание 1. Группа из 50 коров обследована по числу отёлов. Получены следующие данные (число отёлов):

7	6	1	2	8	7	5	3	5	4
1	1	10	6	4	5	5	3	2	2
2	2	3	5	5	4	6	9	1	1
4	5	3	5	7	8	2	1	6	7
1	2	3	4	4	5	6	7	7	8

- 1) Постройте таблицу абсолютных и относительных частот.
- 2) Постройте полигон относительных частот.
- 3) Сделайте вывод.

Задание 2. Результаты (ц) взвешивания коров, отобранных из стада следующие:

4,2	4,5	3,1	5,1	4,3	4,7	3,5	4,4	5,3	3,7
4,0	4,8	4,6	3,0	3,2	5,2	4,2	3,9	4,9	4,6
4,2	2,9	3,8	5,4	4,4	5,5	4,1	4,3	4,5	5,4
3,0	4,1	4,6	3,0	5,2	4,2	4,8	3,4	4,5	5,0
3,8	3,8	4,9	4,5	3,1	5,3	4,2	4,2	4,4	4,1

- 1) Постройте интервальную таблицу абсолютных и относительных частот, разбив диапазон массы от 2,5 до 5,5 ц на интервалы длиной 0,5 ц.
- 2) Постройте гистограмму относительных частот.
- 3) Сделайте вывод.

Индивидуальное задание.

1 вариант

Даны результаты измерения напряжения (в вольтах) в электросети:

227, 215, 230, 232, 223, 220, 228, 222, 221, 226, 226, 215, 218, 220, 216, 220, 225, 212, 217, 220.

- 1) Постройте интервальную таблицу абсолютных и относительных частот, разбив диапазон напряжения от 200 до 240 на интервалы длиной 4В.
- 2) Постройте гистограмму относительных частот.
- 3) Сделайте вывод.

2 вариант

Даны результаты измерения 50 объектов:

7	5	10	8	7	11	3	9	4	10
5	9	8	4	9	6	8	7	10	12
7	9	8	10	9	9	8	5	7	7
6	9	7	8	11	3	7	9	4	10
5	8	9	5	7	6	10	7	8	7

- 1) Постройте таблицу абсолютных и относительных частот.
- 2) Постройте полигон относительных частот.
- 3) Сделайте вывод.

3 вариант

В результате взвешивания отобранных наудачу клубней картофеля получены следующие результаты:

93	209	135	216	206	80	197	134	145	183
251	53	142	120	177	159	111	185	200	191

96 206 138 213 209 77 200 131 148 180
253 50 145 117 180 156 113 181 203 188

152 150 110 118 140 81 120 135 220 144

- 1) Постройте интервальную таблицу абсолютных и относительных частот, разбив диапазон массы от 50 до 300 г на интервалы длиной 50 г.
- 2) Постройте гистограмму относительных частот.
- 3) Сделайте вывод.

4 вариант

В колледже проводилось тестирование по теории вероятностей, содержащее 60 вопросов. Данные о результатах тестирования группы из 25 студентов имеют вид:

44; 35; 56; 60; 50; 48; 55; 60; 52; 52; 54; 45; 43; 60; 40; 52; 54; 56; 49; 59; 58; 56; 50; 60; 60.

- 1) Постройте таблицу абсолютных и относительных частот.
- 2) Постройте полигон относительных частот.
- 3) Сделайте вывод.

5 вариант

Для практического занятия по математической статистике студенты провели исследование, выясняя число клиентов сбербанка в период с 18 до 19 ч. Полученные статистические данные за апрель имеют вид:

12, 16, 24, 15, 21, 18, 21, 16, 19, 32, 28, 27, 29, 34, 28, 17, 15, 16, 20, 21, 24, 16, 14, 18, 25, 21.

- 1) Постройте интервальную таблицу абсолютных и относительных частот, разбив диапазон числа клиентов от 10 до 35 на интервалы длиной 5.
- 2) Постройте гистограмму относительных частот.
- 3) Сделайте вывод.

6 вариант

Наблюдения за числом посетителей сайта колледжа за последние 25 дней дали следующие результаты:

22, 12, 26, 24, 15, 11, 28, 21, 16, 29, 32, 28, 37, 29, 34, 28, 37, 15, 16, 24, 16, 14, 18, 25, 27.

- 1) Постройте интервальную таблицу абсолютных и относительных частот, разбив диапазон от 10 до 40 на интервалы длиной 10.
- 2) Постройте гистограмму относительных частот.
- 3) Сделайте вывод.

7 вариант

Имеются данные о выбросах загрязняющих веществ из 50 источников:

10,4	18,6	10,3	26,0	45,0	18,2	17,3	19,2	25,8	18,7
28,2	25,2	18,4	17,5	41,8	14,6	10,0	37,8	10,5	16,0
18,1	16,8	38,5	37,7	17,9	29,0	10,1	28,0	12,0	14,0
14,2	20,8	13,5	42,4	15,5	17,9	19,	10,8	12,1	12,4
12,9	12,6	16,8	19,7	18,3	36,8	15,0	37,0	13,0	19,5

- 1) Постройте интервальную таблицу абсолютных и относительных частот, разбив диапазон от 10 до 50 на интервалы длиной 10.
- 2) Постройте гистограмму относительных частот.
- 3) Сделайте вывод.

8 вариант

Имеются данные о количественном составе 60 семей.

2	4	5	6	5	2	3	4	1	4	3	3
4	3	3	4	4	4	4	5	5	3	4	1

3	4	3	5	4	3	5	3	3	2	3	4
6	5	4	4	4	2	3	4	4	6	5	1
5	2	6	2	3	3	4	5	4	4	6	4

- 1) Постройте таблицу абсолютных и относительных частот.
- 2) Постройте полигон относительных частот.
- 3) Сделайте вывод.

Контрольные вопросы

7. Чем отличается полигон от гистограммы?
8. Как ещё можно представить результаты статистического исследования?

Для отчёта представить:

3. Решение индивидуального задания.
4. Письменные ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки:

- «5» - выполнено 90-100% всех заданий;
- «4» - выполнено 70-90% всех заданий;
- «3» - выполнено 50-70% всех заданий;
- «2» - выполнено менее 50% всех заданий.

Практическая работа №5.

Тема: Построение эмпирической функции

Цель: развитие практических навыков построения эмпирической функции, расчёт её характеристик.

Задание. После обработки результатов эксперимента составлена таблица, в первой строке которой указаны группы возможных значений некоторой случайной величины x_i , а во второй строке – численность каждой группы значений m_i . Найдите объём выборки n ; относительные частоты p_i^* , соответствующие каждой отдельной группе значений случайной величины; составить вариационный ряд распределения данной случайной величины. Найти числовые характеристики выборки: среднее арифметическое, выборочную дисперсию и среднеквадратическое отклонение. Постройте график функции распределения.

Вариант 1.

x_i	53	54	56	58
m_i	12	10	4	1

Вариант 2.

x_i	73	75	76	79
m_i	5	12	11	3

Вариант 3.

x_i	38	40	44	45
m_i	1	6	12	13

Вариант 4.

x_i	21	24	26	27
m_i	13	10	4	6

Вариант 5.

x_i	27	30	33	40
m_i	5	6	11	10

Вариант 6.

x_i	63	65	68	70
m_i	4	12	15	9

Вариант 7.

x_i	17	21	23	25
m_i	2	11	13	12

Вариант 8.

x_i	42	45	48	52
m_i	13	2	14	3

Вариант 9.

x_i	56	60	63	65
m_i	11	10	3	7

Вариант 10.

x_i	28	32	36	42
m_i	12	5	11	6

Вариант 11.

x_i	23	25	28	29
m_i	2	1	11	10

Вариант 12.

x_i	17	21	25	27
m_i	3	13	14	2

Вариант 13.

x_i	24	26	28	30
m_i	1	12	12	6

Вариант 14.

x_i	12	16	19	21
m_i	2	5	1	15

Вариант 15.

x_i	12	16	19	21
m_i	11	12	3	1

Вариант 16.

x_i	30	32	35	40
m_i	1	2	14	12

Вариант 17.

x_i	12	14	16	20
m_i	11	1	13	5

Вариант 18.

x_i	21	25	28	31
m_i	1	4	15	11

Вариант 19.

x_i	60	64	67	70
m_i	1	3	4	15

Вариант 20.

x_i	45	47	50	52
m_i	1	2	12	12

Вариант 21.

x_i	46	49	51	55
m_i	12	13	4	7

Вариант 22.

x_i	18	22	23	26
m_i	2	14	3	12

Вариант 23.

x_i	78	80	84	85
m_i	1	1	12	10

Вариант 24.

x_i	37	41	43	45
m_i	3	14	11	4

Вариант 25.

x_i	25	28	30	33
m_i	2	2	13	11

Вариант 26.

x_i	56	58	60	64
m_i	1	14	11	3

Вариант 27.

x_i	31	34	34	40
m_i	12	5	11	2

Вариант 28.

x_i	17	20	23	27
m_i	3	5	12	10

Вариант 29.

x_i	28	32	34	36
m_i	3	3	14	5

Вариант 30.

x_i	35	39	42	46
m_i	2	12	10	6

Пример. После обработки результатов эксперимента составлена таблица, в первой строке которой указаны группы возможных значений некоторой случайной величины x_i , а во второй строке – численность каждой группы значений m_i .

x_i	21	17	35	11
m_i	3	11	14	5

Решение: Найдём объём выборки n по формуле: $n = \sum_{i=1}^k m_i$, где k число столбцов в таблице. Тогда $n = 3 + 11 + 14 + 5 = 33$.

Относительные частоты p_i^* , соответствующие каждой отдельной группе значений случайной величины, находим по формулам: $p_i^* = \frac{m_i}{n}$. Получаем:

$$p_1^* = \frac{m_1}{n} = \frac{1}{11}, p_2^* = \frac{m_2}{n} = \frac{1}{3}, p_3^* = \frac{m_3}{n} = \frac{14}{33}, p_4^* = \frac{m_4}{n} = \frac{5}{33}.$$

Составим вариационный ряд распределения данной случайной величины:

x_i	21	17	35	11
p_i^*	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{14}{33}$	$\frac{5}{33}$

Находим числовые характеристики выборки:

а) среднее арифметическое находим по формуле: $m_x^* = \sum x_i \cdot p_i^* = 21 \cdot \frac{1}{11} + 17 \cdot \frac{1}{3} + 35 \cdot \frac{14}{33} + 11 \cdot \frac{5}{33} \approx 24$

б) выборочная дисперсия находится по формуле: $D^*(X) = \sum_{i=1}^n p_i^* \cdot (x_i - m_x^*)^2$.

Получаем: $D^*(X) = \frac{1}{11} \cdot (21 - 24)^2 + \frac{1}{3} \cdot (17 - 24)^2 + \frac{14}{33} \cdot (35 - 24)^2 + \frac{5}{33} \cdot (11 - 24)^2 = 94$.

в) среднее квадратическое отклонение: $\sigma_x^* = \sqrt{D^*(X)} = \sqrt{94} \approx 9,7$.

Ответ: $n=33$; $m_x^* \approx 24$; $D^*(X) = 94$; $\sigma_x^* \approx 9,7$.

Контрольные вопросы

1. Чем отличается эмпирическая функция от теоретической?
2. Какие характеристики выборки вы знаете?

Для отчёта представить:

5. Решение индивидуального задания.

6. Письменные ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки:

- «5» - выполнено 90-100% всех заданий;
- «4» - выполнено 70-90% всех заданий;
- «3» - выполнено 50-70% всех заданий;
- «2» - выполнено менее 50% всех заданий.

Практическая работа №6

Тема: Вычисление пределов функций.

Цель: отработка практических навыков вычисления пределов функций

Время выполнения: 90 минут.

Ход работы:

Обязательное задание.

Вычислить пределы функций:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 4} \quad \lim_{u \rightarrow -2} \frac{u^3 + 4u^2 + 4u}{(u+2)(u-3)} \quad \lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^2 + 3y - 10}{3y - 5y - 2} \quad \lim_{y \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2y+1} - 3}{\sqrt{y-2} - \sqrt{2}} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} =$$

Индивидуальное задание.

См. Приложение (номер варианта соответствует номеру студента в журнале группы)

Задание: вычислить предел функции.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 + x - 5)$ | 11. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{\sqrt{x+3} - 3}$ | 21. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x^6}{x^3 + x^4}$ |
| 2. $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^3 - 5x^2 + x - 4)$ | 12. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x-4} - 2}{x - 8}$ | 22. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$ |
| 3. $\lim_{x \rightarrow 1} [(7x - 2)(4x - 3)(5x + 1)]$ | 13. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{13 - x}}{5 - \sqrt{9 + x^2}}$ | 23. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin x}{x} \right)$ |
| 4. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$ | 14. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{4 - \sqrt{2x} - 2}$ | 24. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)$ |
| 5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{2x - 6}$ | 15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$ | 25. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 3x}{\sin 5x} \right)$ |
| 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 2x^2}{5x^3 - 4x^2}$ | 16. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6}{x^2 - 9} - \frac{1}{x - 3} \right)$ | 26. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 5x - \sin 7x}{\sin 2x - \sin 8x} \right)$ |
| 7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9}$ | 17. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 5x + 6)$ | 27. $\lim_{x \rightarrow 0} (x \operatorname{ctg} 3x)$ |
| 8. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$ | 18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2 + 3x}$ | 28. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin ax}{\operatorname{tg} bx} \right)$ |
| 9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8}$ | 19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x - 2}$ | 29. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{x^2} \right)$ |
| 10. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 7x - 6}$ | 20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^3 + 4x^2 + 2x}$ | 30. $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 5}{x - 5} \right)$ |

Контрольные вопросы

9. Что такое предел функции?
10. Как считать предел функции на бесконечности?

Для отчёта представить:

7. Решение индивидуального задания.

8. Письменные ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки:

- «5» - выполнено 90-100% всех заданий;
- «4» - выполнено 70-90% всех заданий;
- «3» - выполнено 50-70% всех заданий;
- «2» - выполнено менее 50% всех заданий.

Практическая работа №7

Тема: Вычисление производных функций.

Цель: совершенствовать умения вычислять производные элементарных функций, сложных функций.

Время выполнения: 90 минут.

Ход работы:

Обязательное задание.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции $\Delta f(x_0)$ к приращению аргумента Δx при $\Delta x \rightarrow 0$, если этот предел существует, и обозначается $f'(x_0)$.

Основные правила дифференцирования функций

1. $(Cu)' = Cu'$;
2. $(u \pm v)' = u' \pm v'$;
3. $(uv)' = u'v + uv'$;
4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$,

где u и v – обозначают дифференцируемые функции независимой переменной x .

Таблица производных основных элементарных функций

1	$(c)' = 0, c = const$	9	$(\sin x)' = \cos x$
2	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	10	$(\cos x)' = -\sin x$
3	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
4	$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$	12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
5	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	13	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
6	$(e^x)' = e^x$	14	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
7	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	15	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
8	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	16	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

Производная сложной функции

$$y = f(u(x)) \Rightarrow y' = f'(u) \cdot u'(x).$$

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Пример №1. Найти производную функции $f(x) = 2x^3 - 3x^4 + 19$.

Решение.

$$f'(x) = (2x^3 - 3x^4 + 19)' = (2x^3)' - (3x^4)' + (19)' = 2(x^3)' - 3(x^4)' + 0 = 2 \cdot 3x^2 - 3 \cdot 4x^3 = 6x^2 - 12x^3.$$

Пример №2. Найти производную функции $f(x) = x^5 - x^4 + 9$ и вычислить ее значения в точках $x = 0$ и $x = -1$

Решение.

$$f'(x) = (x^5 - x^4 + 9)' = (x^5)' - (x^4)' + (9)' = 5x^4 - 4x^3; \quad f'(0) = 5 \cdot 0^4 - 4 \cdot 0^3 = 0; \quad f'(-1) = 5 \cdot (-1)^4 - 4 \cdot (-1)^3 = 9.$$

Пример №3. Найти производную функции $y = (x^2 - 1)(3x^2 + 5)$.

Решение.

$$y' = ((x^2 - 1)(3x^2 + 5))' = (x^2 - 1)'(3x^2 + 5) + (x^2 - 1)(3x^2 + 5)' = 2x(3x^2 + 5) + 6x(x^2 - 1) = 2x(3x^2 + 5 + 3x^2 - 3) = 4x(3x^2 + 1).$$

Пример №4. Найти производную функции $y = \left(\frac{x^2-6}{3x+1}\right)$.

$$\text{Решение. } y' = \left(\frac{x^2-6}{3x+1}\right)' = \frac{(x^2-6)'(3x+1) - (x^2-6)(3x+1)'}{(3x+1)^2} = \frac{2x(3x+1) - 3(x^2-6)}{(3x+1)^2} = \frac{6x^2+2x-3x^2+18}{(3x+1)^2} = \frac{3x^2+2x+18}{(3x+1)^2}.$$

Пример №5. Решите неравенство: $\frac{f'(x)}{g'(x)} \leq 0$, если $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x$, $g(x) = 2x - 1,5x^2$.

РЕШЕНИЕ. Пользуясь правилами дифференцирования алгебраических функций и формулами дифференцирования элементарных функций, вычислим производные:

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x\right)' = \frac{1}{3}(x^3)' - (3x^2)' + (5x)' = \frac{1}{3}x^2 - 6x + 5;$$

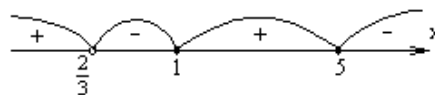
$$g'(x) = (2x - 1,5x^2)' = 2(x)' - 1,5(x^2)' = 2 - 3x.$$

Таким образом, нужно решить неравенство:

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{2 - 3x} \leq 0.$$

Разложим числитель дроби на множители

$$x^2 - 6x + 5 = 0, x_1 = 1, x_2 = 5; x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5).$$



интервалов.

Нули числителя: $x = 1, x = 5$. Нуль знаменателя: $x = \frac{2}{3}$.

$$\text{О т в е т: } \left(\frac{2}{3}; 1 \right) \cup [5; +\infty).$$

Пример №6. Тело движется по прямой согласно закону $x(t) = t^3 - 2t + 5$. Найдите скорость и ускорение точки в момент времени $t_0 = 4$.

РЕШЕНИЕ. Скорость движения – это производная от пути по времени, следовательно,

$$v(t) = x'(t) = (t^3 - 2t + 5)' = 3t^2 - 2.$$

Значит, в момент времени $t_0 = 4$ скорость данного движения такова: $v(4) = 3 \cdot 4^2 - 2 = 46$.

Так как нам известна скорость движения как функция времени, мы можем найти ускорение этого движения:

$$a(t) = v'(t) = (3t^2 - 2)' = 6t.$$

Значит, в момент времени $t_0 = 4$ ускорение данного движения равно: $a(4) = 6 \cdot 4 = 24$.

О т в е т: 46; 24.

Пример №7. Заданы функции $f(x) = 2 + 6x^3$, $g(x) = tgx$. Задайте формулой сложную функцию h , если: а) $h(x) = g(f(x))$; б) $h(x) = f(g(x))$.

РЕШЕНИЕ. а) Функцию h можно представить в виде сложной функции $h(x) = g(f(x))$ таким образом:

$$h(x) = g(f(x)) = tg(2 + 6x^3).$$

б) Функцию h можно представить в виде сложной функции $h(x) = f(g(x))$ таким образом:

$$h(x) = f(g(x)) = 2 + 6tg^3x.$$

Пример №8. Задайте формулами элементарные функции f и g , из которых составлена сложная функция $h(x) = g(f(x))$: а) $h(x) = (4x - 9)^7$; б) $\sqrt{tgx}$.

РЕШЕНИЕ. а) Функцию h можно представить в виде сложной функции $h(x) = g(f(x))$, где

$$g(y) = y^7, y = f(x) = 4x - 9.$$

б) Функцию h можно представить в виде сложной функции $h(x) = g(f(x))$, где $g(y) = \sqrt{y}$, $y = f(x) = tgx$.

Пример №9. Найдите производные сложных функций: а) $h(x) = \sqrt{9 - x^2}$; б) $h(x) = \sin\left(3 - \frac{x}{2}\right)$.

РЕШЕНИЕ. а) Так как $h(x) = g(f(x))$, где $g(y) = \sqrt{y}$, $y = f(x) = 9 - x^2$, то $g'(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}}$ и

$$y' = f'(x) = -2x, \text{ откуда } h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot y' = \frac{-2x}{2\sqrt{9 - x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{9 - x^2}}.$$

б) Так как $h(x) = g(f(x))$, где $g(y) = \sin y$, $y = f(x) = 3 - \frac{x}{2}$, то $g'(y) = \cos y$ и $y' = f'(x) = -\frac{1}{2}$, откуда $h'(x) = \cos y \cdot y' = \cos\left(3 - \frac{x}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \cos\left(3 - \frac{x}{2}\right)$.

Индивидуальное задание

Вариант 1.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) $5x^4 - 3,5x^2 + x + 6$; б) $\left(\frac{8}{x} + x^2\right)\sqrt{x}$; в) $\frac{1+x}{4-x^2}$.

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = (4 - \sqrt{x})^2$.

3. Вычислите производные сложных функций:

а) $f(x) = \sqrt[4]{1+x^2}$; б) $f(x) = 5^{2x}$; в) $f(x) = \sin 3x$; г) $f(x) = \frac{\ln x}{e^x + e^{-x}}$; д) $f(x) = 2tg^3 4x$.

Вариант 2.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) $\frac{5}{x} - x^3 + \sqrt{x} + 3$; б) $(x^2 - 3x - 2)\sqrt{x}$; в) $\frac{1-x^2}{1-x^3}$.

2. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 5$.

3. Вычислите производные сложных функций:

а) $f(x) = \frac{1}{(2x-1)^2}$; б) $f(x) = e^{-3x}$; в) $f(x) = \cos 5x$; г) $f(x) = (3x+4) \cdot \log_5(x+1+x^2)$;

д) $f(x) = 4ctg^3 2x$.

Вариант 3.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) $0,7x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 0,75x^2 + \frac{1}{10}$; б) $(x+2)\sin x$; в) $\frac{x^2}{x+3}$.

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.

3. Вычислите производные сложных функций:

а) $f(x) = (3-x)^4$; б) $f(x) = 2\log_3 2x$; в) $f(x) = 3tg\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$; г) $f(x) = (x^2 + 4) \cdot e^{-x^2}$;

д) $f(x) = 2\sin^3 4x$.

Вариант 4.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) $2x^{10} + 0,05x^4 - \frac{1}{7}x + 0,3$; б) $(4-x^2)\cos x$; в) $\frac{\sin x}{2-x^3}$.

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = -\frac{x^5}{5} + \frac{10x^3}{3} - 9x$.

3. Вычислите производные сложных функций:

а) $f(x) = \sqrt[5]{x + \sqrt{x}}$; б) $f(x) = \lg(3x)$; в) $f(x) = 3\cos \frac{x}{3}$; г) $f(x) = x \cdot 2^{3x+x^2}$;

д) $f(x) = \log^2(2x+1)$.

Вариант 5.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 5$; б) $x^2 \cdot 5^x$; в) $\frac{x^3 - 3x}{1 - 2x}$.

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = \frac{1}{2}x + \cos x$.

3. Вычислите производные сложных функций:

а) $f(x) = (3-2x^3)^5$; б) $f(x) = 0,3^{3x^2-7x+2}$; в) $f(x) = \cos(x^2 + 4x + 12)$;

г) $f(x) = (3x + 5x^2 + x^3) \cdot 4^{x^2}$; д) $f(x) = 3\sin^2 5x$.

Вариант 6.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) $2^x + \lg x - 3$; б) $(2 - \sqrt{x}) \cdot \operatorname{tg} x$; в) $\frac{2x^2}{3-x}$.

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. Через сколько секунд после начала движения точка остановится?

3. Вычислите производные сложных функций:

а) $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 5)^3}$; б) $f(x) = e^{-4x}$; в) $f(x) = \operatorname{tg} x^3$; г) $f(x) = \frac{5x}{\sin 6x}$;

д) $f(x) = (\ln(2x + 1))^6$.

Вариант 7.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) $\frac{3}{x^3} - \sqrt[5]{x} + \frac{5}{\sqrt[3]{x}}$; б) $x \cdot \lg x$; в) $\frac{x}{4-x}$.

2. Найдите x , при котором $\frac{f'(x)}{g'(x)} = -3$, если $f(x) = \frac{1+x}{4-x^2}$, $g(x) = \frac{1}{x^2-4}$.

3. Вычислите производные сложных функций:

а) $f(x) = x^2 \cdot e^{x^2+3x}$; б) $f(x) = \operatorname{tg}^2 2x$; в) $f(x) = \sin(5-x)$; г) $f(x) = 2^{5x-x^2}$;

д) $f(x) = (3x^3 + x^7)^5$;

Вариант 8.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) $-\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 7x + 18$; б) $\sqrt{x} \cdot \ln x$; в) $\frac{e^x}{x}$.

2. По прямой движутся две материальные точки по законам $x_1(t) = 4t^2 - 3$ и $x_2(t) = t^3$. В каком промежутке времени скорость первой точки больше скорости второй?

3. Вычислите производные сложных функций:

а) $f(x) = \sqrt{2x-1}$; б) $f(x) = e^{-x^3}$; в) $f(x) = \operatorname{tg} \sqrt{x}$; г) $f(x) = \frac{\sin 5x}{x}$;

д) $f(x) = \sqrt[3]{\ln(1-x)}$.

Контрольные вопросы

1. Что такое производная функции?

2. Какая функция называется сложной?

4. Как с помощью производной связаны путь и скорость?

Для отчёта представить:

1. Решение индивидуального задания.

2. Письменные ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки:

«5» - выполнено 90-100% всех заданий;

«4» - выполнено 70-90% всех заданий;

«3» - выполнено 50-70% всех заданий;

«2» - выполнено менее 50% всех заданий.

Практическая работа №8

Тема: Исследование функций с помощью производной.

Цель: отработка практических навыков исследования функций с помощью производной

Время выполнения: 90 минут.

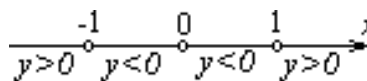
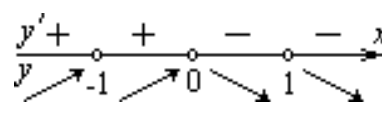
Ход работы:

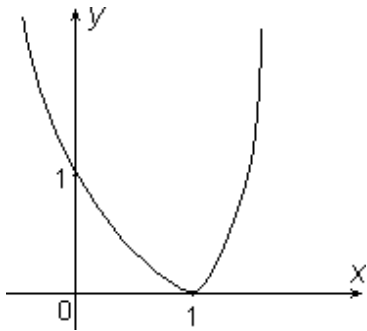
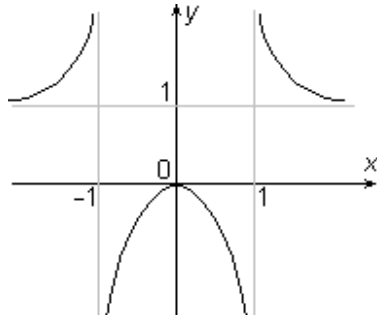
Обязательное задание.

Методические рекомендации

Задание. Исследуйте и постройте графики функции:

а) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1$; б) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$.

№ шаг а	План исследования Функции	Применение плана	
		а) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1$	б) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$
1	Находим область определения функции	$D(f) = R$	$x^2 - 1 = 0, x = \pm 1,$ $D(f) = (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$
2	Исследуем функцию на четность, нечетность	$f(-x) = 3x^4 + 4x^3 + 1 \neq \pm f(x)$ $\Rightarrow$ функция ни четная, ни нечетная	$f(-x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} = f(x) \Rightarrow$ функция четная
3	Находим нули (корни) функции и промежутки её знакопостоянства	$3x^4 - 4x^3 + 1 = 0, 3x^4 - 3x^3 - (x^3 - 1) = 0,$ $(x - 1)^2(3x^2 + 2x + 1) = 0,$ $x - 1 = 0, x = 1$ - нуль функции	$\frac{x^2}{x^2 - 1} = 0,$ $x = 0$ - нуль функции 
4	Находим производную функции и её критические точки	$f'(x) = (3x^4 - 4x^3 + 1)' = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x - 1),$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0; 1$ - критические точки функции	$f'(x) = \left(\frac{x^2}{x^2 - 1} \right)' =$ $= \frac{2x(x^2 - 1) - 2x^3}{(x^2 - 1)^2} = -\frac{2x}{(x^2 - 1)^2}$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ - критическая точка функции
5	Находим промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции	 $y'(-1) < 0, y'(0,5) < 0, y'(2) > 0$ $x = 0$ - не является точкой экстремума, $x = 1$ - точка минимума, $y_{\min} = y(1) = 0$	 $y'(-2) > 0, y'(-0,5) > 0,$ $y'(0,5) < 0, y'(2) < 0,$ $x = 0$ - точка максимума, $y_{\max} = y(0) = 0$

6	Находим предел функции при $x \rightarrow \pm\infty$	$\lim_{\Delta x \rightarrow \pm\infty} (3x^4 - 4x^3 + 1) = \infty$	$\lim_{\Delta x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = 1$
7	Строим эскиз графика функции		

Примеры. Исследуйте и постройте графики функций:

- 1) $y = x^2 - 3x + 2$; 2) $y = 2x^2 - x^4 - 1$; 3) $y = 6x - x^2 - 5$; 4) $y = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x^2}$; 5) $y = 3x - x^3$; 6) $y = x^3 - 3x^2 + 4$; 7) $y = x^3 - 3x + 1$; 8) $y = \frac{(x-3)^2}{x^2}$; 9) $y = x^2 + \frac{1}{x}$.

Индивидуальное задание.

Вариант 1.

- Исследуйте функцию $f(x) = \frac{x}{2} - x^4$ на максимум и минимум.
- Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$ и постройте ее график.

Вариант 2.

- Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 3x$ на максимум и минимум.
- Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 1,5x^2$ и постройте ее график.

Вариант 3.

- Исследуйте функцию $f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 5$ на максимум и минимум.
- Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ и постройте ее график.

Вариант 4.

- Исследуйте функцию $f(x) = 12x - x^3$ на максимум и минимум.
- Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^5$ и постройте ее график.

Вариант 5.

- Исследуйте функцию $f(x) = 3x^4 - 6x^2 + 4$ на максимум и минимум.
- Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ и постройте ее график.

Вариант 6.

- Исследуйте функцию $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x + 1$ на максимум и минимум.
- Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = x^3 - 3x$ и постройте ее график.

Вариант 7.

- Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - x^4$ на максимум и минимум.
- Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = -x^4 + 5x^2 + 4$ и постройте ее график.

Вариант 8.

1. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 5$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = x^3 - x^2$ и постройте ее график.

Контрольные вопросы

1. Какую точку называют критической (стационарной) точкой функции?
2. Сформулируйте признак возрастания (убывания) функции.
3. Сформулируйте признак максимума (минимума) функции.

Для отчёта представить:

1. Решение индивидуального задания.
2. Письменные ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки:

- «5» - выполнено 90-100% всех заданий;
- «4» - выполнено 70-90% всех заданий;
- «3» - выполнено 50-70% всех заданий;
- «2» - выполнено менее 50% всех заданий.

Практическая работа №9

Тема: Вычисление интегралов.

Цель: отработка практических навыков вычисления интегралов

Время выполнения: 90 минут.

Ход работы:

Обязательное задание.

Определение. Дифференцируемая функция $F(x)$, определенная на некотором промежутке X , называется *первообразной* для функции $f(x)$, определенной на том же промежутке, если для всех x из этого промежутка

$$F'(x) = f(x) \text{ или } dF(x) = f(x)dx.$$

Совокупность всех первообразных для функции $f(x)$, определенных на некотором промежутке X , называется *неопределенным интегралом* от функции $f(x)$ на этом промежутке и обозначается

символом $\int f(x)dx$ $\int f(x)dx = F(x) + C$

Таблица основных неопределенных интегралов

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x + C$
$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{cases} \arcsin x + C \\ -\arccos x + C \end{cases}$

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \begin{cases} \arctg x + C \\ -\operatorname{arccctg} x + C \end{cases}$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$

Определение. Значение определенного интеграла на отрезке $[a; b]$ от непрерывной функции $f(x)$ равно приращению любой из первообразных функций $F(x) + C$ при изменении аргумента от $x=a$ до $x=b$.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

где a и b – пределы интегрирования; a – нижний, b – верхний; отрезок $[a; b]$ – отрезок интегрирования.

Решение типовых примеров:

Задание 1. Вычислить неопределенный интеграл.

$$1. \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + c$$

$$2. \int 5x^3 dx = \frac{5x^4}{4} + c$$

$$3. \int \frac{dx}{x^2} = \int x^{-2} dx = \frac{-1}{-1} + c = -\frac{1}{x} + c$$

$$4. \int (x^4 + 5) dx = \int x^4 dx + \int 5 dx = \frac{x^5}{5} + 5x + c$$

$$5. \int (2 \sin x + 3 \cos x) dx = -2 \cos x + 3 \sin x + c$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$1. \int_1^3 (x^2 - x + 2) dx = \int_1^3 x^2 dx - \int_1^3 x dx + \int_1^3 2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^3 - \frac{x^2}{2} \Big|_1^3 + 2x \Big|_1^3 = \left(\frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} \right) - \left(\frac{3^2}{2} - \frac{1^2}{2} \right) + (2 \cdot 3 - 2 \cdot 1) = \frac{27}{3} - \frac{1}{3} - \frac{9}{2} + \frac{1}{2} + 6 - 2 = \frac{26}{3} - \frac{8}{2} + 4 = \frac{26}{3} = 8 \frac{2}{3}$$

$$2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\cos \frac{\pi}{2} + \cos 0 = 1$$

$$3. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Задание 3. Вычислите интеграл методом замены переменной (метод подстановки):

$$1. \int (6x-4)^{10} dx = \left| \begin{array}{l} 6x-4=t \\ (6x-4)'dx=dt \\ 6dx=dt \\ dx=\frac{1}{6}dt \end{array} \right| = \int t^{10} \cdot \frac{1}{6} dt = \frac{1}{6} \int t^{10} dt = \frac{1}{6} \cdot \frac{t^{11}}{11} + C = \frac{t^{11}}{66} + C = \frac{(6x-4)^{11}}{66} + C$$

$$2. \int \cos 4x dx = \left| \begin{array}{l} 4x=t \\ (4x)'dx=dt \\ 4dx=dt \\ dx=\frac{1}{4}dt \end{array} \right| = \int \cos t \cdot \frac{1}{4} dt = \frac{1}{4} \int \cos t dt = \frac{1}{4} \sin t dt + C = \frac{1}{4} \sin 4x + C$$

Индивидуальное задание.

1 вариант

1. Вычислите неопределённые интегралы:

1) $\int (2x^3 + 4x^5 - 4) dx$

4) $\int x^3(2 - 6x^2) dx$

2) $\int (2\sin x - 4\cos x) dx$

5) $\int \left(x^7 + 3^x - \frac{3}{\cos^2 x} - 3\cos x \right) dx$

3) $\int \left(\frac{4}{x} + 5e^x - 2x^{-4} \right) dx$

6) $\int \frac{6}{\sqrt{4-x^2}} dx$

2. Вычислите определённые интегралы:

$$\int_{-1}^1 (x^2 - 3x + 7) dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin x dx$$

3. Вычисли интеграл, используя метод подстановки:

$$\int (2x + 4)^7 dx$$

$$\int \cos(3x - 2) dx$$

2 вариант

1. Вычислите неопределённые интегралы:

1) $\int (6x^3 + 8x^4 + 2) dx$

4) $\int (x - 2)^2 dx$

2) $\int (4\sin x + 7\cos x) dx$

5) $\int \left(8x^2 - 6^x - \frac{1}{\sin^2 x} + e^x \right) dx$

3) $\int \left(5x^4 - \frac{10}{x} - 4x + 6x^{-5} \right) dx$

6) $\int \frac{8}{9+x^2} dx$

2. Вычислите определённые интегралы:

$$\int_{-2}^1 (x^2 - x + 2) dx$$

$$\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

3. Вычисли интеграл, используя метод подстановки:

$$\int (3x - 5)^6 dx$$

$$\int \cos(2x + 3) dx$$

Контрольные вопросы

1. Чем отличается неопределённый интеграл от определённого?
2. В чём заключается способ подстановки при интегрировании?

Для отчёта представить:

1. Решение индивидуального задания.
2. Письменные ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки:

- «5» - выполнено 90-100% всех заданий;
- «4» - выполнено 70-90% всех заданий;
- «3» - выполнено 50-70% всех заданий;
- «2» - выполнено менее 50% всех заданий.

Практическая работа №10

Тема: Вычисление определённых интегралов

Цель: повторение, обобщение и систематизация материала по данной теме.

Краткие теоретические сведения

Пример 1.

Вычислите определённый интеграл $\int_0^1 (5x^5 + 4x^3 - 5x - 2)dx$.

Решение.

$$\begin{aligned} \int_0^1 (5x^5 + 4x^3 - 5x - 2)dx &= 5 \int_0^1 x^5 dx + 4 \int_0^1 x^3 dx - 5 \int_0^1 x dx - 2 \int_0^1 dx = \left(\frac{5x^6}{6} + \frac{4x^4}{4} - \frac{5x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^1 = \\ &= \left(\frac{5 \cdot 1^6}{6} + \frac{4 \cdot 1^4}{4} - \frac{5 \cdot 1^2}{2} - 2 \cdot 1 \right) - 0 = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

Пример 2.

Вычислите определённый интеграл $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$.

Решение.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = -\left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{3} + 1 = \frac{1 - \sqrt{3}}{3}.$$

Пример 3.

Вычислите определённый интеграл $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{9 + x^2}$.

Решение.

Используя формулу (из таблицы интегралов), получим

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{9+x^2} = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{3^2+x^2} = \frac{1}{3} \arctg \frac{x}{3} \Big|_0^{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \arctg \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{3} \arctg 0 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{\pi}{18}.$$

Пример 4.

Вычислите определенный интеграл $\int_4^5 (4-x)^3 dx$.

Решение.

Используя формулу (20), получим

$$\int_4^5 (4-x)^3 dx = \frac{(4-x)^4}{-4} \Big|_4^5 = \frac{(4-5)^4}{-4} - \frac{(4-4)^4}{-4} = -\frac{1}{4} + 0 = -\frac{1}{4}.$$

Метод замены переменной

Пример 5.

Вычислите определенный интеграл $\int_{-1}^2 (x^2-1)^3 \cdot x dx$.

Решение.

$$\int_{-1}^2 (x^2-1)^3 x dx = \left[\begin{array}{l} x^2-1=t \\ 2x dx = dt \\ x dx = \frac{1}{2} dt \\ t_n = (-1)^2-1=0 \\ t_e = 2^2-1=3 \end{array} \right] = \int_0^3 t^3 \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^3 t^3 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^4}{4} \Big|_0^3 = \frac{3^4}{8} - \frac{0^4}{8} = \frac{81-0}{8} = \frac{81}{8} = 10,125$$

Индивидуальные задания

1. Вычислить определенный интеграл методом непосредственного интегрирования

- | | | |
|--|---|---|
| а) $\int (3x^2 - 2x) dx$ | а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3}{\cos^2 \frac{1}{2}x} dx$ | а) $\int (4x^3 - 3x^2) dx$ |
| 1. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x$ | 11. $\int_0^3 (1-x)^4 dx$ | 21. $\int_0^4 \sqrt{x+3} dx$ |
| б) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{6} dx$ | б) $\int_{\frac{2}{3}\pi}^{\frac{3}{2}\pi} \frac{1}{\cos^2 x} dx$ | б) $\int_0^{\frac{\pi}{9}} (2 \cos 3x) dx$ |
| а) $\int (x^2 - x) dx$ | а) $\int_0^4 \cos \frac{x}{3} dx$ | 22. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \frac{x}{2})^4 dx$ |
| 2. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 6 dx$ | б) $\int_{-1}^1 (1 + \frac{x}{2})^8 dx$ | |
| б) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 2x$ | | |

$$3. \quad a) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 3 \cos x dx$$

$$b) \int_0^2 (1 - \frac{x}{2})^4 dx$$

$$4. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3}{\cos^2 x} dx$$

$$b) \int_0^1 (1 + \frac{x}{2})^8 dx$$

$$a) \int_0^2 (4x^3 + 2x) dx$$

$$5. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^2(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3})} 3 dx$$

$$b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3 dx}{\cos^2(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3})}$$

$$6. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{4}} (4 \cos 2x) dx$$

$$b) \int_1^5 \sqrt{9x-1} dx$$

$$7. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (6 \sin 2x) dx$$

$$b) \int_1^2 (3-2x)^4 dx$$

$$8. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{5}{\cos^2 x} dx$$

$$b) \int_{-3}^1 \frac{dx}{5-3x}$$

$$9. \quad a) \int_0^1 (x^3 - x^2 + 3) dx$$

$$b) \int_1^2 e^{2x+3} dx$$

$$10. \quad a) \int_1^4 (x^4 - x^3 + 2) dx$$

$$b) \int_0^1 5^{4-3x} dx$$

$$13. \quad a) \int_2^3 (3x^2 - 2x) dx$$

$$b) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 3 \sin x dx$$

$$14. \quad a) \int_0^1 (3 \sin \frac{1}{2} x) dx$$

$$b) \int_0^1 (1-2x)^4 dx$$

$$15. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{4}} 36 \cos 2x dx$$

$$b) \int_{-2}^3 \frac{2 dx}{(3-x^2)} dx$$

$$16. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$b) \int_2^3 (1-2x)^4 dx$$

$$17. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{36}{\cos^2 2x} dx$$

$$b) \int_2^3 (3-x^2) dx$$

$$18. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin x) dx$$

$$b) \int_0^4 (x^2 + 1) dx$$

$$19. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$$

$$b) \int_2^3 (7-2x)^4 dx$$

$$20. \quad a) \int_0^1 (x^3 - x) dx$$

$$b) \int_0^{\pi/3} 3 \sin 3x dx$$

$$23. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{12}} (108 \sin 6x) dx$$

$$b) \int_{-1}^0 (7-5x) dx$$

$$24. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{\cos^2 2x} dx$$

$$b) \int_{-2}^1 (4x^3 + 6x) dx$$

$$25. \quad a) \int_1^2 (5x^4 - 6x^2) dx$$

$$b) \int_1^9 \sqrt{8x-5} dx$$

$$26. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{5}{\sin^2 x} dx$$

$$b) \int_{-2}^0 (x^5 - 3x^2) dx$$

$$27. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin x) dx$$

$$b) \int_1^2 (\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x^3}) dx$$

$$a) \int_0^3 (3x^2 + 4x^3) dx$$

$$28. \quad a) \int_0^{\pi/8} \cos 4x dx$$

$$b) \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{1}{2} dx$$

$$29. \quad a) \int_2^3 (2x^3 - 2x) dx$$

$$b) \int_0^{\pi/6} \frac{4 dx}{\cos^2 2x}$$

$$30. \quad a) \int_1^{\frac{\pi}{18}} (2 \sin 3x) dx$$

$$b) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4}$$

2. Вычислить определенный интеграл методом замены переменной

- | | | |
|--|---|---|
| 1. $\int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1+x^2} dx$ | 11. $\int_0^1 x^3 \sqrt{4+5x^4} dx$ | 21. $\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$ |
| 2. $\int_0^{1/2} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$ | 12. $\int_1^e \frac{dx}{x \ln^2 x}$ | 22. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2} x^3}$ |
| 3. $\int_1^e \frac{dx}{x}$ | 13. $\int_0^1 \sqrt[3]{2-4x} dx$ | 23. $\int_0^1 \sqrt{16x^4+1} dx$ |
| 4. $\int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$ | 14. $\int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx$ | 24. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}$ |
| 5. $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt[4]{(16+x^2)^5}}$ | 15. $\int_0^{2/3} \frac{\sqrt[3]{\ln(2-3x)}}{2-3x} dx$ | 25. $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x}{\sqrt[6]{(1-\sin 3x)^5}} dx$ |
| 6. $\int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}$ | 16. $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x dx}{\sqrt[7]{\cos^2 x}}$ | 26. $\int_{-3/4}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}$ |
| 7. $\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}$ | 17. $\int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt[9]{1-2x}}$ | 27. $\int_1^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{31(x^3-1)}}$ |
| 8. $\int_0^4 \frac{10x dx}{\sqrt[4]{(16-x^2)^3}}$ | 18. $\int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-4x}}$ | 28. $\int_0^{1/2} \frac{dx}{(2x-1)^2}$ |
| 9. $\int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt{(x^4+4)}}$ | 19. $\int_1^e \frac{dx}{x \ln x}$ | 29. $\int_0^1 x^3 \sqrt{4+5x^4} dx$ |
| 10. $\int_0^{1/2} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$ | 20. $\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{1-\ln^2 x}}$ | 30. $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x dx}{\sqrt[7]{\cos^2 x}}$ |

Контрольные вопросы

1. Что называют определенным интегралом функции $f(x)$?
2. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
3. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
4. Сформулируйте необходимое и достаточное условия интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
5. Запишите свойства определенного интеграла.
6. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
7. Расскажите об основных методах интегрирования определенного интеграла.

Для отчёта представить:

1. Решение индивидуального задания.
2. Письменные ответы на контрольные вопросы.

Критерии оценки:

- «5» - выполнено 90-100% всех заданий;
- «4» - выполнено 70-90% всех заданий;
- «3» - выполнено 50-70% всех заданий;
- «2» - выполнено менее 50% всех заданий.

4. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации по учебной дисциплине

Промежуточная аттестация обучающихся – процедура, проводимая с целью оценки качества освоения обучающимися содержания части учебной дисциплины в рамках проведения экзамена в форме письменной контрольной работы.

Условиями допуска к экзамену является посещения занятий и выполнение всех практических работ.

I. ПАСПОРТ

Назначение:

Контрольно-оценочные средства предназначены для контроля и оценки промежуточной аттестации по результатам освоения учебной дисциплины ЕН 01. Математика по специальности 35.02.08 Электрификация и автоматизация сельского хозяйства.

II. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩЕГОСЯ.

Вариант 1.

Задание №1. Решите задачу: В турнире принимало участие 10 шахматистов, и каждые два шахматиста встретились 1 раз. Сколько партий было сыграно в турнире?

Задание №2. Решите задачу: Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 чёрных шаров, вынимают наудачу 2 шара. Какова вероятность того, что они оба окажутся белыми?

Задание №3. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{x - 2}$

Задание №4. Вычислите производные функций: а) $y = 2x^4 - \ln x + 2\cos x - 7x + 9$

б) $y = x^2 \cdot \operatorname{tg} x$

в) $y = \frac{3x - 6}{7x - 4}$

Задание №5. Вычислите интегралы: а) $\int (2x^3 + 4x^5 - 4) dx$

б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

в) $\int (6x - 4)^{10} dx$

Вариант 2.

Задание №1. Решите задачу: Директор предприятия рассматривает заявления о приёме на работу пяти выпускников колледжа. На предприятии имеются три вакансии. Сколькими способами директор может заполнить эти вакансии?

Задание №2. Решите задачу: В урне находятся 12 белых и 8 чёрных шаров. Найти вероятность того, что наугад выбранные 2 шара будут белыми.

Задание №3. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x - 1}$

Задание №4. Вычислите производные функций: а) $y = 2x^3 - 6^x - 3\operatorname{tg} x - 4x + 10$

б) $y = x^6 \cdot \sin x$

в) $y = \frac{2x-3}{x+6}$

Задание №5. Вычислите интегралы: а) $\int \left(\frac{4}{x} + 5e^x - 2x^{-4} \right) dx$

б) $\int_{-1}^1 (x^2 - 3x + 7) dx$

в) $\int (2x + 4)^7 dx$

Вариант 3.

Задание №1. Решите задачу: Из 25 студентов группы отбирают троих для участия в спортивных соревнованиях. Сколько имеется вариантов составить команду, если соревнования проходят по одному виду спорта?

Задание №2. Решите задачу: Из 500 мониторов, поступивших в продажу, в среднем 15 не работают. Какова вероятность того, что случайно купленный монитор работает?

Задание №3. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 2x - 15}{x + 3}$

Задание №4. Вычислите производные функций: а) $y = -3x^3 + 7^x - 3\operatorname{ctg} x + 6x + 8$

б) $y = (x^2 - 3) \cdot (2x + 1)$

в) $y = \frac{3x-4}{8x+1}$

Задание №5. Вычислите интегралы: а) $\int (2\sin x - 4\cos x) dx$

б) $\int_{-2}^1 (x^2 - x + 2) dx$

в) $\int \cos(2x + 3) dx$

Вариант 4.

Задание №1. Решите задачу: Агрохимик проверяет 6 типов минеральных удобрений; ему нужно провести опыты по изучению совместного влияния любой тройки удобрений. Для каждого опыта требуется участок 0,25 га. На какой площади проводится исследование?

Задание №2. Решите задачу: В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Задание №3. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x + 6}{x + 3}$

Задание №4. Вычислите производные функций: а) $y = 5x^3 - 3^x - 3\cos x - 4x + 8$

б) $y = x^3 \cdot \sin x$

в) $y = \frac{x-8}{3x+6}$

Задание №5. Вычислите интегралы: а) $\int \left(x^7 + 3^x - \frac{3}{\cos^2 x} - 3\cos x \right) dx$

б) $\int_{-1}^1 (x^2 - 3x + 7) dx$

в) $\int \cos 4x dx$

III. ПАКЕТ ЭКЗАМЕНАТОРА

III.a – Варианты работ.

Задание №1 позволяет оценить знания и умения в использовании формул комбинаторики.

Задания №2 позволяет оценить знание классической формулы и умение ей пользоваться для решения задачи.

Задание №3 позволяет оценить умения вычислять пределы функций.

Задание №4 позволяет оценить знания и умения находить производные различных функций.

Задание №5 позволяет оценить умение и знания при вычислении интегралов.

Условием положительной аттестации дисциплины является положительная оценка освоения всех умений и знаний по всем контролируемым показателям.

Оцениваемые умения и знания:

У1. Решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

31. Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ;

32. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

33. Основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятности и математической статистики;
34. Основы интегрального и дифференциального исчисления.

Условия выполнения задания:

Место выполнения задания: кабинет математических дисциплин.

Оборудование и инвентарь: чертёжные инструменты, калькуляторы.

Время выполнения: 90 мин.

Количество вариантов задания для экзаменуемых- 4 варианта.

Время выполнения задания – 90 минут.

Оборудование: бланки для ответов обучающихся

Эталоны ответов

Экзаменационная ведомость

III. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Критерии оценки: каждый правильно и подробно решённый пример оценивается в 2 балла.

«5» - 17-18 баллов,

«4» - 13-16 баллов,

«3» - 8-12 баллов,

«2» - 7 и меньше баллов.

Литература

Основные источники:

1. Григорьев В.П. Элементы высшей математики (11-е изд., перераб. и доп.) , М.: ООО «ОИЦ Академия», 2016.
2. Григорьев В.П. Сборник задач по высшей математике (6-е изд., стер.), М.: ООО «ОИЦ Академия», 2016.

3. Спирина М.С. Теория вероятностей и математическая статистика (7-е изд., стер.), М.: ООО «ОИЦ Академия», 2016.
4. Спирина М.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач. (2-е изд., стер.), М.: ООО «ОИЦ Академия», 2016.

Дополнительные источники:

1. Агапов Г.И. Задачник по теории вероятностей. – М.: Высшая школа, 1994.
2. Ершов И.И., Скороход А.В. Ядренко М.И. Элементы комбинаторики. – М.: Наука, 1977.
3. Математика : CD/ - эл.ресурс. – М. : Высшая школа, 2005.
4. Н.В. Богомолов Практические занятия по математике. – М. : Высшая школа, 2003.